

## MATEMATICA – 2° AÑO – APUL.

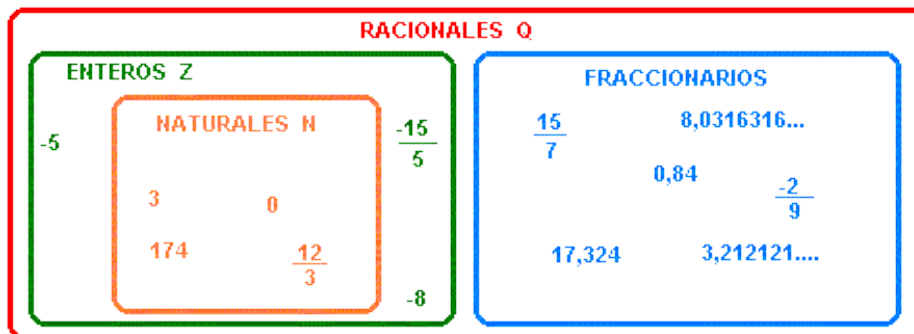
### CONTENIDOS:

**NUMEROS RACIONALES:** Definición. Orden y Representación en la recta numérica. Fracciones Equivalentes. Operaciones. Operaciones Combinadas. Problemas.

**DOCENTE:** MARIBEL GAINZA.

### EL CONJUNTO DE LOS NUMEROS RACIONALES ( Q )

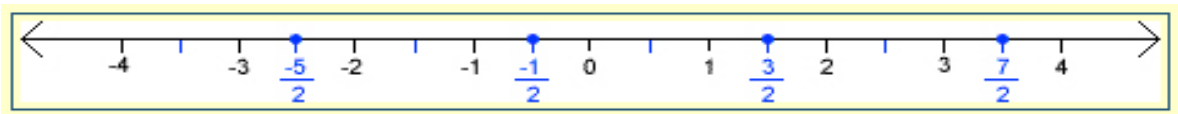
Los números racionales son aquellos que pueden describirse a través de una fracción. Son representados con la letra **Q** que proviene de la palabra italiana “*Quoziente*”, la cual se traduce como cociente (división) entre dos números enteros. Están conformados por los números **naturales (N)**, los enteros (**Z**) y los números fraccionarios y/o decimales, como lo muestra el siguiente esquema:



### REPRESENTACIÓN EN LA RECTA NUMÉRICA.

La **recta numérica** es un gráfico de una línea en la que los números naturales y/o enteros son representados como puntos especialmente marcados que están separados uniformemente.

Ejemplo: representación de los números: -2 ; 3 ; 1



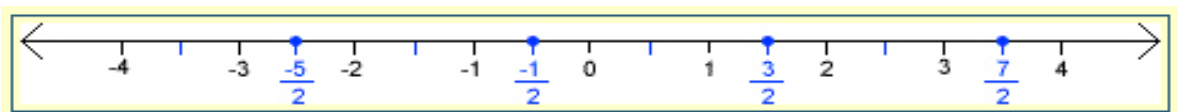
Para representar a los números racionales debemos considerar sus distintas formas de escritura, es decir, como fracción propiamente dicha, como decimal...

Como expresión decimal:

Recordemos que el número racional  $\frac{a}{b}$  es el cociente que se obtiene al dividir  $a$  por  $b$ ; entonces:

Si queremos representar  $\frac{3}{2}$  y  $-\frac{1}{2}$ , basta con encontrar la expresión decimal de cada una:

$$\frac{3}{2} = 1,5 \quad -\frac{1}{2} = -0,5$$



EJERCICIO 1:

Teniendo en cuenta los siguientes números, clasifiquen según su conjunto numérico y representen en una recta numérica:

$$a- 2; -1; 1/2; 3; -1/4 \quad b- -2; 0,5; 4; -3/2; 0 \quad c- 1; -1,5; 3/4; -3; 0,1$$

EJERCICIO 2:

Unan con flechas a cada fracción con su expresión decimal correspondiente:

$$\frac{1}{4} \quad 0,75$$

$$\frac{4}{5} \quad 1,25$$

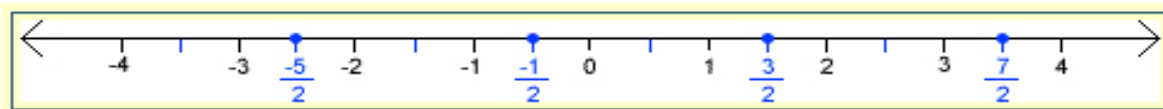
$$\frac{3}{4} \quad 0,25$$

$$\frac{5}{4} \quad 0,8$$

Como fracción:

Sabiendo que si se tiene  $a/b$ ,  $b$  indica el número de partes en que se divide la unidad y  $a$  el número de partes que se toman.

Siguiendo con el ejemplo anterior de  $3/2$  y  $-1/2$ , se divide en dos partes iguales cada segmento unidad en la recta numérica, de este modo podemos representar cualquier número cuya representación fraccionaria tenga como denominador 2:



### **FRACCIONES EQUIVALENTES.**

¿Que ocurre si queremos representar fracciones con distinto denominador?

Ejemplo:  $5/2$  y  $7/3$

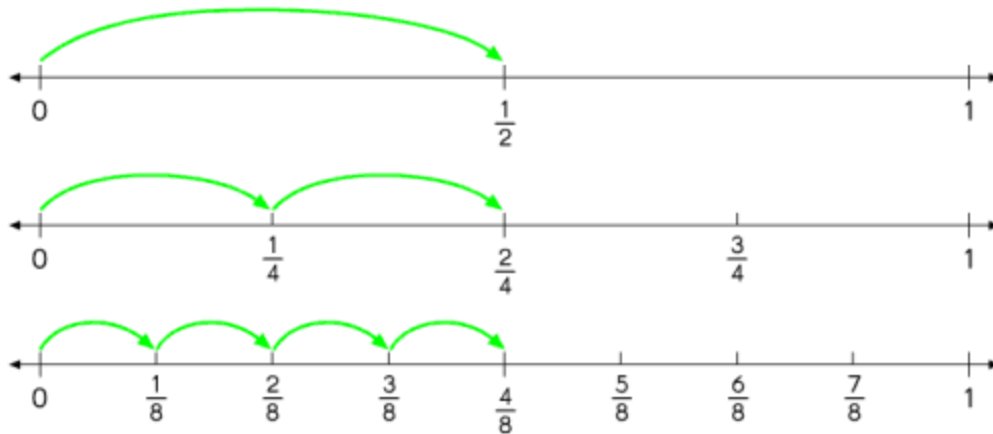
Para ello recordamos el concepto de fracciones equivalentes...

Las **fracciones equivalentes** son aquellas que escritas de forma diferente, representan la misma cantidad.

Ejemplo:



En la recta numérica...



¿Cómo sabemos si dos fracciones son equivalentes?

Dos fracciones son equivalentes si representan el mismo número decimal. Las tres fracciones anteriores representan el mismo número decimal: 0,5

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = 0,5$$

EJERCICIO 3:

$$\frac{4}{3}, \frac{5}{7}, \frac{8}{3}, \frac{2}{11}, \frac{6}{9}$$

Encuentren los pares de fracciones equivalentes y colóquenlas en parejas:

$$\frac{16}{6}, \frac{15}{21}, \frac{4}{22}, \frac{2}{3}, \frac{12}{9}$$

## AMPLIFICACIÓN Y SIMPLIFICACIÓN DE FRACCIONES.

Si queremos hallar una fracción equivalente a otra, podemos:

- **Multiplicar** denominador y numerador por el mismo número. Hallamos una fracción equivalente con numerador y denominador más grandes. Por eso este proceso se llama **amplificación**.

$$\begin{array}{ccc} & \times 2 & \times 2 \\ & \curvearrowright & \curvearrowright \\ \frac{1}{2} & = & \frac{2}{4} = \frac{4}{8} \\ & \curvearrowleft & \curvearrowleft \\ & \times 2 & \times 2 \end{array}$$

### EJERCICIO 4:

Escriban tres fracciones equivalentes a las dadas:

a-  $\frac{1}{2} = \text{-----}$       b-  $-\frac{3}{4} = \text{-----}$       c-  $\frac{5}{3} = \text{-----}$

d-  $-\frac{7}{5} = \text{-----}$       e-  $\frac{1}{25} = \text{-----}$       f-  $\frac{9}{14} = \text{-----}$

- **Dividir** denominador y numerador por el mismo número (ambos deben ser divisibles por este número). Así, estamos hallando una fracción equivalente con numerador y denominador más pequeños. Por eso, este proceso se llama **simplificación**.

$$\begin{array}{ccc} & \div 3 & \div 6 \\ & \curvearrowright & \curvearrowright \\ \frac{18}{36} & = & \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \\ & \curvearrowleft & \curvearrowleft \\ & \div 3 & \div 6 \end{array}$$

### EJERCICIO 5:

Hallen la fracción irreducible de cada una de las siguientes fracciones:

a-  $\frac{8}{24} =$       b-  $-\frac{9}{45} =$       c-  $\frac{25}{15} =$       d-  $\frac{12}{32} =$       e-  $\frac{27}{69} =$       f-  $\frac{90}{100}$

## OPERACIONES CON NÚMEROS RACIONALES.

### SUMA Y RESTA DE FRACCIONES CON EL MISMO DENOMINADOR:

Para **sumar** o **restar fracciones** con **igual denominador**, se suman o restan los numeradores, dejando el mismo denominador.

Ejemplo:

$$\frac{4}{6} + \frac{3}{6} + \frac{8}{6} = \frac{4 + 3 + 8}{6} = \frac{15}{6}$$

$$\frac{9}{7} - \frac{3}{7} = \frac{9 - 3}{7} = \frac{6}{7}$$

### EJERCICIO 6:

Resuelvan las sumas de fracciones con igual denominador y simplifiquen cuando sea posible:

1:

$$\begin{array}{r} \frac{3}{8} \\ + \frac{4}{8} \end{array}$$

2:

$$\begin{array}{r} \frac{1}{4} \\ + \frac{1}{4} \end{array}$$

3:

$$\begin{array}{r} \frac{4}{9} \\ + \frac{4}{9} \end{array}$$

4:

$$\begin{array}{r} \frac{1}{6} \\ + \frac{4}{6} \end{array}$$

5:

$$\begin{array}{r} \frac{5}{8} \\ + \frac{2}{8} \end{array}$$

---

### EJERCICIO 7:

Resuelvan las restas fracciones con igual denominador y simplifiquen cuando sea posible.

1:

$$\begin{array}{r} \frac{1}{3} \\ - \frac{1}{3} \end{array}$$

2:

$$\begin{array}{r} \frac{5}{6} \\ - \frac{3}{6} \end{array}$$

3:

$$\begin{array}{r} \frac{5}{9} \\ - \frac{3}{9} \end{array}$$

4:

$$\begin{array}{r} \frac{6}{8} \\ - \frac{4}{8} \end{array}$$

5:

$$\begin{array}{r} \frac{5}{6} \\ - \frac{1}{6} \end{array}$$

---

### Suma y resta de fracciones con distinto denominador:

Para **sumar** o **restar fracciones** con **distinto denominador**, buscamos un común denominador, amplificando las fracciones, luego sumamos o restamos los numeradores.

Ejemplo:

<b>3</b>	+	<b>2</b>	=	<b>21</b>	+	<b>10</b>	=	<b>21+10</b>	=	<b>31</b>
<b>5</b>		<b>7</b>		<b>35</b>		<b>35</b>		<b>35</b>		<b>35</b>
m.c.m. (5,7) = 35										

<b>5</b>	-	<b>2</b>	=	<b>10</b>	-	<b>6</b>	=	<b>10 - 6</b>	=	<b>4</b>	=	<b>1</b>
<b>6</b>		<b>4</b>		<b>12</b>		<b>12</b>		<b>12</b>		<b>12</b>		<b>3</b>
m.c.m. (6,4) = 12												

EJERCICIO 8:

Resuelvan las sumas de fracciones de distinto denominador y simplifiquen cuando sea posible.

1:	2:	3:	4:	5:
	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{7}$
	$+\frac{4}{9}$	$+\frac{1}{9}$	$+\frac{2}{5}$	$+\frac{4}{9}$
				$+\frac{1}{5}$
				$+\frac{2}{7}$

---

EJERCICIO 9:

Resuelvan las restas de fracciones de distinto denominador y simplifiquen cuando sea posible.

1:	2:	3:	4:	5:
	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{5}{6}$
	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{5}{9}$	$-\frac{1}{9}$
				$-\frac{2}{5}$
				$-\frac{1}{3}$

---

Multiplicación y división de fracciones:

Para **multiplicar fracciones**, se multiplican los numeradores entre si y los denominadores entre si. Se aplica la regla de los signos.

Ejemplo:

$$\frac{\text{numerador}}{\text{denominador}} \rightarrow \frac{5}{7} \cdot \frac{3}{4} = \frac{5 \cdot 3}{7 \cdot 4} = \frac{15}{28}$$

+ · + = +
- · - = +
+ · - = -
- · + = -

### EJERCICIO 10:

Resuelvan y simplifiquen cada resultado, si es posible.

$$\text{a) } \frac{-3}{5} \cdot \frac{2}{9} = \quad \text{b) } \frac{-5}{7} \cdot \frac{3}{8} = \quad \text{c) } \frac{-2}{7} \cdot \frac{-4}{5} = \quad \text{d) } \frac{3}{4} \cdot \frac{-3}{5} = \quad \text{e) } \frac{-4}{6} \cdot \frac{3}{8} =$$

### Fracción de un entero:

Para calcular una fracción de un entero, se debe multiplicar el número por el numerador de la fracción y dividirlo por el denominador. Se aplica la regla de los signos.

Ejemplo:

$$\frac{3}{4} \text{ de } 1000 = \frac{3}{4} \cdot 1000 = \frac{3 \cdot 1000}{4} = 750$$

Este cálculo nos permite resolver situaciones problemáticas como las siguientes:

Ejemplo:

Para viajar desde Santa Fe a Córdoba, Alejandro consumió  $\frac{3}{4}$  (tres cuartos) del tanque de nafta

$$\frac{3}{4} \text{ de } 52 \text{ litros} = \frac{3}{4} \cdot 52 = \frac{3 \cdot 52}{4} = 39$$

de su auto. Si el tanque tiene una capacidad

de 52 litros, ¿cuántos litros le quedan aún?

$$52 - 39 = 13$$

**Respuesta:** Aún le quedan 13 litros de nafta en el tanque de su auto.

Ejemplo: Un cine tiene capacidad para 240 personas. Cada entrada cuesta 85 \$ y para la función de la tarde se han vendido  $\frac{2}{5}$  partes de las entradas. ¿Cuánto dinero se ha recaudado?

$$\frac{2}{5} \text{ de } 240 = \frac{2}{5} \cdot 240 = \frac{2 \cdot 240}{5} = 96$$

$$96 \cdot 85 =$$

8160

**Respuesta:** Se recaudó 8160 \$



### EJERCICIO 11:

Lean atentamente, resuelvan y respondan:

- a- Un vaso tiene una capacidad de  $\frac{1}{5}$  l y una jarra de  $2 \frac{1}{2}$  l ¿Cuántos vasos se pueden llenar con el contenido de la jarra?
- b- Las  $\frac{2}{3}$  partes de una pagina están ocupadas por ilustraciones, de las cuales  $\frac{1}{4}$  son fotos. ¿Que parte de toda la pagina esta ocupada por fotos?
- c- Un mochilero recorre 210 km de la siguiente manera.  $\frac{2}{3}$ , en colectivos,  $\frac{2}{7}$  en camión, y el resto a pie. ¿Cuántos km recorre a pie?

Para **dividir fracciones**, se multiplican en forma cruzada los numeradores y denominadores.

Ejemplo:

$$\frac{1}{2} : \frac{5}{4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5} = \frac{1 \cdot 4}{2 \cdot 5} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

### EJERCICIO 12:

Resuelvan y simplifiquen cada resultado, si es posible.

a)  $\frac{-3}{5} : \frac{2}{9} =$       b)  $\frac{-5}{7} : \frac{3}{8} =$       c)  $\frac{-2}{7} : \frac{-4}{5} =$       d)  $\frac{3}{4} : \frac{-3}{5} =$       e)  $\frac{-4}{6} : \frac{3}{8} =$

### OPERACIONES COMBINADAS CON NUMEROS RACIONALES.

Para resolver operaciones combinadas:

Para resolver operaciones combinadas se debe respetar el orden de las operaciones:



1° Separo en términos ( signos + y - ).

2° Resuelvo ( ), si existen.

3° Resuelvo x y/o %

4° Resuelvo + v/o -

Ejemplo:

$$3/2 \cdot (-4/3) + 1/3 : 1/2 - 5/2 =$$

$$-12/6 + 2/3 - 5/2 =$$

$$-12/6 + 4/6 - 15/6 = (\text{amplifico a cada fracción})$$

$$-27/6 + 4/6 = \mathbf{-23/6}$$

EJERCICIO 13:

Separen en términos y resuelvan:

$$\text{a) } -3 - \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} + \frac{(-3)}{4} = \quad \text{b) } 3 : \frac{6}{5} - \frac{1}{3} \cdot (-1) - \frac{2}{5} =$$

$$\text{c) } \frac{5}{4} + 2 : \frac{4}{5} \cdot 3 - 2 = \quad \text{d) } \frac{(-1)}{4} : \frac{1}{4} + \frac{2}{5} \cdot \frac{(-10)}{4} - (-3) =$$

$$\text{e) } \frac{5}{9} : 12 + \frac{4}{15} : 6 = \quad \text{f) } \frac{1}{2} : \frac{1}{9} + \frac{1}{8} : \frac{5}{3} =$$

ACTIVIDADES DE INTEGRACION:

1-Dados los siguientes números  $-9; 12; 6; 0; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; 0,75; -1$ . Clasifiquen de acuerdo al conjunto al que pertenecen.

2-En cada caso escriban un número que cumpla las siguientes condiciones:

a- Se encuentre entre 3 y 10 y sea N,Z, Q..

c- Sea Q mayor que 2 y menor que 5 .

b- Se encuentre entre -9 y -15 y sea Z,Q.

d- Sea Q mayor que -6 y menor que -1.

3-Escriban una condición que cumpla con cada uno de los siguientes números:

12    -5    1,5    -2/5    -7/2

4-Teniendo en cuenta los números:  $-1; 5; 1/5; -7/4; 3; -3$

a- Clasifiquen a cada uno según su conjunto numérico.

b- Representen en una recta numérica.

5- Encuentren la expresión decimal en cada una de las siguientes fracciones, luego ordénelas de mayor a menor:

a-  $\frac{2}{3}$  ;  $-\frac{2}{3}$ ;  $\frac{5}{3}$ ;  $\frac{7}{3}$

6- Encuentren el número que se utilizó en cada caso para amplificar a las siguientes fracciones:

a-  $\frac{2}{3} = \frac{30}{45}$

b-  $-\frac{3}{8} = \frac{3}{8}$

c-  $\frac{5}{4} = -\frac{45}{36}$

d-  $\frac{16}{15} = \frac{224}{21}$

7-En cada caso, amplifiquen por un número que cumpla con las siguientes condiciones:

a-  $\frac{7}{5}$  = por un número par, mayor que 3.

b-  $\frac{9}{2}$  = por un número impar, menor que 7.

c-  $\frac{11}{6}$  = por un número que sea múltiplo de 3.

d-  $\frac{3}{10}$  = por un número que sea menor que 1.

8-Simplifiquen las siguientes fracciones:

1:

$$\frac{15}{21}$$

2:

$$\frac{12}{21}$$

3:

$$\frac{6}{12}$$

4:

$$\frac{2}{20}$$

9- Resuelvan y simplifiquen cuando sea posible:

a)  $\frac{-3}{5} \cdot \frac{2}{9} =$     b)  $\frac{-5}{7} \cdot \frac{3}{8} =$

c)  $\frac{-2}{7} \cdot \frac{-4}{5} =$     d)  $\frac{3}{4} \cdot \frac{-3}{5} =$

e)  $\frac{-4}{6} \cdot \frac{3}{8} =$     f)  $\frac{-2}{7} \cdot \frac{-8}{9} =$

10- Resuelvan y simplifiquen cuando sea posible:

a)  $\frac{-3}{5} : \frac{2}{9} =$     b)  $\frac{-5}{7} : \frac{3}{8} =$

$$c) \frac{-2}{7} : \frac{-4}{5} = \quad d) \frac{3}{4} : \frac{-3}{5} =$$

$$e) \frac{-4}{6} : \frac{3}{8} = \quad f) \frac{-2}{7} : \frac{-8}{9} =$$

11- Lean atentamente, resuelvan y respondan:

a- Un ciclista ha estado corriendo durante tres horas. En la primera hora, ha recorrido los  $\frac{1}{5}$  de un trayecto; en la segunda hora, ha recorrido los  $\frac{2}{5}$  del trayecto, y en la tercera hora, ha recorrido los  $\frac{1}{4}$  del trayecto. Calcula:

I - La fracción del total del trayecto que ha recorrido en las tres horas.

II - La fracción del trayecto que le queda por recorrer.

III - Los kilómetros recorridos en las tres horas, si el trayecto es de 450 km.

b- Una empresa quiere embotellar 912 litros de jugo de naranja, si cada botella tiene una capacidad de  $\frac{2}{3}$  de litro, ¿cuántas botellas necesitará?

12-Separen en términos y resuelvan:

$$a) -2 - \frac{1}{3} \cdot \frac{6}{9} + \frac{(-1)}{3} = \quad b) 1 : \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \cdot (-1) - \frac{1}{4} =$$

$$c) \frac{1}{2} + 1 : \frac{2}{3} \cdot 4 - 1 = \quad d) \frac{(-1)}{2} : \frac{1}{2} + \frac{3}{5} \cdot \frac{(-15)}{9} - (-2) =$$